

Евиденциони број и назив пројекта:

ОИ 174011 "Динамичка стабилност и нестабилност механичких система под дејством стохастичких поремећаја"

Апстракт

У овом пројекту испитиваће се динамичка стабилност и нестабилност дискретних и континуалних механичких система подвргнутих дејству детерминистичких и стохастичких оптерећења. Од континуалних система проучаваће се еластични и вискоеластични материјали, при чему ће посебна пажња бити усмерена на композитне структуре. Једна од области проучавања у оквиру предложеног пројекта биће проучавање стабилности и нестабилности вишеструко повезаних структура. Поред класичне теорије засноване на хипотезама Kirchhoff-Love-a, разматраће се утицаји инерције обртања и попречних смицајних деформација на области скоро сигурне стабилности и нестабилности греда, плоча и љуски.

У случају када су стохастички процеси ергодички и са познатим функцијама густине расподеле вероватноће, проучаваће се скоро сигурна стабилност и скоро сигурна асимптотска стабилност. Када је стохастички процес типа белог шума, реалног шума, ограниченог шума или комбинација периодичког и белог шума и периодичког и реалног шума, области стабилности ће бити одређиване на основу анализе експонента Љапунова или момената експонента Љапунова. Верификација аналитички добијених резултата биће дата поређењем са нумерички одређеним вредностима експонента Љапунова и момената експонента Љапунова методом Monte Carlo. Један део нумеричких срачунавања биће реализован преко специјалних функција као што су ортогонални полиноми и класичне и базичне хипергеометријске функције.

Опис пројекта

У делу проучавања вискоеластичних композитних структура разматраће се ламинатне плоче од Voigt-Kelvin-овог материјала притиснуте временски променљивим стохастичким силама, уз урачунавање утицаја инерције обртања пресека. Границе скоро сигурне стабилности ће се срачунавати када су оптерећења ергодички случајни процеси, при чему су познате функције густине расподеле вероватноће. Дијаграми области стабилности биће дати као функције вискозног коефицијента пригушења, времена ретардације, варијанси стохастичких сила, односа главних крутости ламела, броја ламела, односа страница плоче,

фактора попречне ламинације и интензитета детерминистичких компоненти притисних сила. Посебна пажња ће бити усмерена на испитивање могућности погодног избора фактора попречног ламинације у циљу смањивања броја ламела, а да области стабилности не претрпе значајније промене.

Разматрање проблема скоро сигурне нестабилности ће обухватити попречно и угаоно постављене антисиметричне композитне плоче, код којих је узет у обзир утицај попречних смицајних деформација. Области скоро сигурне нестабилности ће бити приказане у функцији статистичких карактеристика притисних сила и физичких и геометријских параметара плоча. Посебна пажња ће бити усмерена на правилан избор оба корекциона фактора смицања ламинатних плоча. Нумерички резултати ће бити дати за једнодимензионалну нормалну и хармонијску расподелу као и за дводимензионалну нормалну расподелу. Циљ овог истраживања је да се укаже на значајнију израженост утицаја попречних смицајних деформација у погледу стабилности ламинатних плоча него код изотропних плоча. Посебно ће бити анализирани ламинати као што су стакло/епоксид, бор/епоксид и угљеник/епоксид.

У оквиру проучавања вишеструко повезаних структура као што су греде, плоче и љуске или њихове комбинације, разматраће се скоро сигурна стабилност и нестабилност у зависности од механичких и геометријских параметара тих структура и статистичких карактеристика стохастичких оптерећења које на њих дејствују. Посматраће се случајеви када су те структуре повезане Winkler-овим еластичним и вискоеластичним слојевима, при чему су и саме структуре израђене од еластичног и вискоеластичног материјала. У завршним разматрањима ове проблематике проучаваће се утицаји инерције обртања и попречног смицања на области скоро сигурне стабилности и нестабилности система. Посебна пажња ће бити усмерена на случај када један од елемената игра улогу динамичког апсорбера у посматраном вишеструком систему.

Имајући у виду претходне резултате истраживања, наставиће се проучавање обртних вратила подвргнутих поремећајима типа белог шума, реалног шума и ограниченог шума, при чему ће се урачунавати утицај попречног смицања. Применом пертурбационе методе биће одређени експлицитни изрази за експонент Љапунова и момената експонента Љапунова, а добијени резултати ће бити упоређени са нумеричким резултатима добијеним Monte Carlo симулацијом.

Применом пертурбационе методе биће одређени експлицитни изрази за експонент Љапунова и моменте експонента Љапунова за различите типове параметарских побуда механичких система са два степена слободе кретања. Параметарске побуде за овакве системе биће два процеса типа белог шума, реални процеси типа ускопојасног случајног процеса, који се може моделирати као излаз филтра другог реда.

Истраживања у овој области укључују развој ефикасних нумеричких метода за решавање проблема у фундаменталним и техничким наукама са контролом и проценом грешке и стабилности метода. У претходном периоду решавање таквих проблема вршено је помоћу ортогоналних полинома када су стохастички процеси ергодички са познатом

функцијом густине расподеле вероватноће и методом Monte Carlo, када стохастички процеси имају бели спектар. У циљу добијања квалитетнијих резултата прошириће се употреба специјалних функција са класичним и базичним хипергеометријским функцијама, као и применом фракционог и квантног рачуна.

Део истраживачког тима на овом пројекту из средстава претходног пројекта је набавио мерни систем SPIDER 8 са хардверском и софтверском подршком и давач померања. Набавком нових давача померања, сила, момената, броја обртаја, итд. имаћемо могућност експерименталних мерења величина које карактеришу динамичко понашање проучаваног механичког система као што су спрегнуте структуре и обртна вратила. На овај начин би наша теоријска истраживања и нумерички резултати били употпуњени експерименталним мерењима.

Очекивани кључни резултати

Кључни резултати у области изучавања динамичког понашања структура које су подвргнуте дејству случајних оптерећења очекују се у проучавању ламинатних греда, плоча и љуски при анализи утицаја односа главних модула еластичности, броја ламела, фактора попречне ламинације, угла ламинације, фактора корекције смицања и геометријских величина на области скоро сигурне стабилности и нестабилности система. Један од очекиваних резултата наших истраживања односи се на анализу утицаја оба корекциона фактора смицања на области скоро сигурне нестабилности попречно и угаоно постављених ламинатних плоча. То би дало могућност избора најповољније комбинације корекционих фактора смицања за добијање најмањих области нестабилности ламинатних плоча.

Код вишеструко повезаних структура од посебне важности ће бити анализа утицаја параметара Winkler-овог еластичног и вискоеластичног слоја, имајући у виду да су нека наша претходна истраживања у овој области показала да ти параметри код двоструко повезаних греда различито утичу на границе скоро сигурне стабилности и нестабилности.

Експлицитни изрази за експонент Љапунова и моменте експонената Љапунова дају могућност добијања граница скоро сигурне стабилности и стабилности момената, када су овакве структуре подвргнуте дејству стохастичких поремећаја типа белог шума, реалног шума, ограниченог шума, комбинације периодичког и белог шума и комбинације периодичког и реалног шума. Потврда аналитички добијених резултата ће бити реализована нумеричком Monte Carlo симулацијом, а од посебне важности би била реализација експерименталних мерења, при чему би ови резултати потврдили аналитичке и нумеричке.

Истовремено, ово би отворило пут публикавању наших радова у часописима који су везани за експериментална истраживања.

Известан напредак се очекује при проучавању нестабилности обртних вратила чије попречне димензије нису мале у односу на његову дужину, чиме се искључује могућност занемаривања попречног смицања. Имајућу у виду да смо у претходном периоду публиковали известан број радова где је проучавана ова проблематика, и овде постоји могућност извођења експерименталних мерења на основу којих бисмо начинили нови искорак у нашим истраживањима.

Сумирајући напред речено, наши кључни резултати би били верификовани кроз публикавање радова у међународним часописима који покривају области теоријске механике, инжењерских наука, експерименталних истраживања и примењене математике.

Значај истраживања

Стабилност је врло важно квалитативно својство механичких (дискретних и континуалних) система, као и система аутоматске регулације. Од посебне важности је проучавање стабилности када је систем подвргнут динамичким оптерећењима. Имајући у виду да су стохастички поремећаји најадекватнији у описивању реалних процеса долазимо до закључка да је проучавање динамичке стабилности система подвргнутих дејству случајних процеса од изузетног значаја у савременој техничкој пракси.

Проучавање стабилности стохастичких система зависи од врсте процеса поремећаја и има природно гранање у два правца. То су системи описани диференцијалним једначинама са коефицијентима који немају бели спектар и системи са коефицијентима Гаусовог белог шума. Како је уопште концепт стабилности базиран на конвергенцији решења диференцијалних једначина, то је стабилност стохастичких система заснована на различитим облицима конвергенције: у вероватноћи, средње квадратна и скоро сигурна конвергенција. Стабилност у вероватноћи даје услове који су често од малог практичног значаја, те ће у нашим истраживањима пажња бити усмерена на остале две. У савременој теорији стабилности динамичких система подвргнутим поремећајима типа белог шума, реалног шума и ограниченог шума користи се експонент Љапунова и моменти експонента Љапунова, док се у случају поремећаја који немају бели спектар користи метода функционала Љапунова.

Два напред изложена концепта ће представљати основу за наша истраживања у области скоро сигурне стабилности изотропних еластичних и вискоеластичних структура, као и за влакнасто ојачане композитне материјале.

Композитне структуре, које су у почетку коришћене највише у ваздухопловству и конструкцијама свемирских летилица, све више улазе у широку техничку праксу при пројектовању мостова, у аутомобилској индустрији, грађевинарству, изради пловних објеката, али и у другим гранама као што је зубарска техника или спорт. Основни разлог брзог развоја и употребе композитних структура је њихова висока чврстоћа и крутост, а мала тежина. Јако изражена анизотропија, поготову код влакнасто ојачаних ламината, представља велики изазов истраживачима у проучавању динамичког понашања таквих структура. Због тога је и део наших истраживања у овом пројекту посвећен проучавању динамичке стабилности и нестабилности композитних структура, када на њих дејствују случајна оптерећења.

Један од проблема који се често јавља у многим гранама грађевинарства, машинства и авијације су комплексни континуални системи, који се састоје од од два или више тела између којих се налази еластични медијум. Одређивање граница детерминистичке и стохастичке стабилности таквих система је од великог практичног значаја и данас се велики број истраживача бави проучавањем њиховог динамичког понашања.

Употреба специјалних функција и трансформација у техничким наукама има суштинску улогу у описивању и истраживању разних појава и процеса. Фракциони и квантни рачун су веома важни у различитим областима механике, електронике, теорије одлучивања, процесирања сигнала итд. Специјалне функције (међу њима, посебно хипергеометријске функције) имају бројне примене у различитим математичким и техничким областима (на пример, теорија квантних група, механика и теорија релативности). Интегралне трансформације (Laplace, Fourier, Hankel, Z) и њихове генерализације у различитим просторима, представљају моћан апарат у хармонијској анализи.

Опис пројекта у првој години

У првој години из области стабилности композитних структура проучаваће се попречно постављене симетричне и антисиметричне ламинатне плоче. За симетричне попречно постављене плоче разматраће се утицај инерције обртања на области скоро сигурне стабилности, када је плоча притиснута у оба правца у равни плоче силама које се састоје од детерминистичког дела и случајног процеса који нема бели спектар. Детерминистичке силе су константне, а стохастичке су стационарни ергодички процеси за које су познате функције густине расподеле вероватноће. Нумерички резултати ће бити дати за Гаусов нормални процес и хармонијски процес, при чему ће се за нумеричка срачунавања користити специјалне функције. Код изотропних плоча утицај инерције обртања је врло често

занемарљив, али неки наши резултати из претходног периода указују да то не мора да важи и за анизотропне плоче. Због тога ће од посебне важности за анализу бити дијаграми стабилности у функцији параметра, који репрезентује утицај инерције обртања попречног пресека плоче. Од практичног значаја ће бити избор дебљина непарних и парних ламела, односно фактора попречне ламинације на области стабилности и указивање на могућност смањања броја ламела, а да области стабилности не претрпе значајније промене. Од осталих параметара, анализираће се утицај односа страница плоче, интензитета детерминистичких оптерећења и различите врсте композита када су влакна од стакла, бора и угљеника постављена у епоксидну матрицу.

У области проучавања спрегнутих структура, у првој години истраживања проучаваћемо динамичку стабилност и нестабилност система двоструких греда између којих се налази еластични Winkler-ов слој. Грете су притиснуте аксијалним силама које се састоје од константног дела и временски променљиве случајне функције. Познато је да у овако изведеним комплексним конструкцијама једна од греда може представљати континуални динамички апсорбер да би пригушила осциловање друге греде, која се налази под дејством динамичких сила. Применом директне методе Љапунова, која се састоји у конструкцији функционала Љапунова и одређивању његовог извода по времену дуж трајекторија решења диференцијалних једначина кретања, биће одређени услови скоро сигурне стабилности и скоро сигурне нестабилности система греда. На основу ових услова могу се добити минимални и максимални коефицијенти пригушења који дефинишу границе скоро сигурне стабилности и нестабилности. Нумеричка анализа ће се најпре извршити за случај када је једна гред оптерећена само детерминистичком силом, а друга силом која се састоји од детерминистичке и стохастичке компоненте. Области стабилности и нестабилности ће бити дате у функцији варијансе стохастичке компоненте силе, коефицијента пригушења, редуковане крутости греда, крутости Winkler-овог еластичног слоја и интензитета детерминистичких компоненти сила. Циљ рада је да се јасно прикажу границе скоро сигурне стабилности и нестабилности. Област између ових граница представља зону неодређености, која је последица коришћене методе. За случај када обе силе садрже стохастичке компоненте, нумерички резултати ће бити дати када је позната дводимензионална функција густине расподеле и то за Гаусове нормалне процесе. Када су стохастичке компоненте типа белог шума, биће изучавана униформна стохастичка стабилност, а области стабилности ће бити дате у простору интензитета белих шумова и коефицијента пригушења.

Експлицитни изрази за експонент Љапунова и момената експонента Љапунова биће искоришћени за одређивање граница скоро сигурне стабилности и стабилности момената различитих модела механичких система са једним и два степена слободе кретања.

У области развоја нумеричких метода, за одређивање граница скоро сигурне стабилности и нестабилности, у првој години ће истраживања бити усмерена на класичне и базичне хипергеометријске функције и интегралне трансформације, као и на њихове генерализације у различитим просторима.

Коришћењем осмоканалног мерног система SPIDER8, пратеће хардверске и софтверске подршке уз набавку нових давача померања, сила, момената и др. покушаћемо да изведемо експериментална мерења код двоструког система греда између којих је постављен слој познатих механичких карактеристика.

Опис пројекта у осталим годинама

Након прве године, истраживање у области стабилности и нестабилности композитних структура ће се наставити и у осталим годинама. Планира се проучавање динамичке нестабилности антисиметричних попречно постављених и угаоних ламинатних плоча када се узима у обзир утицај попречних смицајних деформација. У неким нашим ранијим радовима показано је да код изотропних плоча занемаривање утицаја попречног смицања може довести до релативне грешке која је већа од 10%, што је недозвољиво у техничкој пракси. Очекује се да је тај утицај много израженији код анизотропних плоча, поготову у случајевима високе анизотропије када су ламеле израђене од угљеничних влакана и епоксида и то захтева детаљно проучавање. С обзиром на доступан математички апарат аналитичко решење је могуће дати за одређивање границе скоро сигурне нестабилности. За попречно постављене антисиметричне ламинатне плоче области нестабилности ће бити одређене у функцији коефициента вискозног пригушења, варијансе стохастичких сила, односа главних крутости ламела, броја ламела, односа страна плоче, фактора попречног постављања и интензитета детерминистичких компоненти сила. Посебна пажња ће бити посвећена правилном избору два корекциона фактора смицања и њиховом утицају на области скоро сигурне нестабилности. Сем ламината који су добијени спајањем ламела са угљеничним влакнима, проучаваће се и ламеле са стакленим и борним влакнима. Дијаграми нестабилности ће бити приказани за случај када је плоча притиснута у једном и у два правца.

Слична анализа скоро сигурне нестабилности биће извршена и за угаоно постављене антисиметричне ламинатне плоче. Очекује се да ће утицај попречних смицајних деформација на области нестабилности овде бити израженији, него код попречно постављених антисиметричних плоча. Посебно ће бити испитиван утицај угла ламинавања, броја ламела, односа висине плоче према њеној ширини за случај двоосно притиснуте плоче. Стохастичке компоненте притисних сила су стационарни ергодички процеси са нормалном Гаусовом и хармонијском расподелом. Дводимензионална расподела ће бити коришћена у случају када су стохастички процеси нормални Гаусови процеси.

У области спрегнутих структура проучаваће се динамичка стабилност и нестабилност двоструких греда између којих се налази вискоеластични Winkler-ов слој. Анализираће се

како параметри Winkler-овог слоја утичу на динамичку апсорпцију осцилација греде. Дијаграми скоро сигурне стабилности и нестабилности ће бити дати у функцији статистичких карактеристика сила, коефициената вискоеластичног слоја и физичких и геометријских параметара греде. Један од проблема везаних за системе двоструких греда је случај када су саме греде израђене од вискоеластичног материјала, а Winkler-ов слој је од еластичног материјала. Упоредивањем решења ова два типа проблема могу се извући одређени закључци о динамичком понашању, стабилности и нестабилности, повољним и неповољним комбинацијама типова греда и слоја између њих. То може бити од конкретног практичног значаја за реалне конструкције.

Даље проширење ове проблематике ишло би у правцу повезивања више греда са Winkler-овим слојевима између њих. Сасвим је извесно да ће доступан математички апарат бити ограничавајући фактор у проучавању таквих проблема. Проблем вишеструко повезаних структура се може тестирати на плочама и љускама и један део наших истраживања ће бити у том правцу. Намера нам је и да проучавамо композитне структуре повезане Винклеровим еластичним и вискоеластичним слојем и да дамо упоређења са истраживањима која смо спровели у првој истраживачкој години.

Анализираће се динамички одзиви механичких система изложених дејству различитих типова стохастичких побуда коришћењем методе стохастичког усредњења првог и другог реда. Добијени резултати стохастичког усредњења другог реда биће упоређени са резултатима добијеним Monte Carlo симулацијом.

Са постојећом мерном опремом, уз предвиђену набавку нових мерних система, хардверске и софтверске пратеће опреме и помоћне мерне опреме бићемо у стању да извршимо комплекснија мерења динамичког понашања спрегнутих структура типа плоча од различитих материјала и са слојевима између њих који могу бити еластични и вискоеластични. На основу механичких карактеристика материјала структура и параметара слоја анализираће се динамичка стабилност и осциловање сложених конструкција. Покушаћемо да сличне експерименте изведемо са обртним вратилима која су подвргнута дејству стохастичких сила типа белог шума, реалног шума и ограниченог шума.

Нумеричке методе, које смо користили у досадашњем раду, засноване су на примени специјалних функција као што су Хермитови и Чебишевљеви полиноми при одређивању граница скоро сигурне стабилности и нестабилности, када су стохастички процеси ергодички са познатим функцијама густина расподеле вероватноће. Када је скоро сигурна стабилност испитивана преко експонента Љапунова и момената експонената Љапунова, коришћена је Monte Carlo симулација. Сложеност проблематике којом се бавимо захтеваће даљи рад у развоју постојећих нумеричких метода и увођење неких нових специјалних функција као што су класичне и базичне хипергеометријске функције, фракциони и квантни рачун.

Списак референци

1. R. Pavlović, P. Kozić, P. Rajković: *Influence of randomly varying damping coefficient on the dynamic stability of continuous systems*, **European Journal of Mechanics A/Solids**, 24, 2005., pp 81-87.
2. R. Pavlović, I. Pavlović: *Influence of rotatory inertia and transverse shear on stochastic instability of the cross-ply laminated beam*, **International Journal of Solids and Structures**, 42, 2005., pp 4913-4926.
3. R. Pavlović, P. Kozić, P. Rajković, I. Pavlović: *Dynamic stability of a thin-walled beam subjected to axial loads and end moments*, **Journal of Sound and Vibration**, 301, 2007., pp 690-700.
4. R. Pavlović, P. Rajković, I. Pavlović: *Dynamic stability of the viscoelastic rotating shaft subjected to random excitation*, **International Journal of Mechanical Sciences**, 50, 2008., pp. 359-364.
5. R. Pavlović, P. Rajković, I. Pavlović: *Almost sure stability of a moving elastic band*, **Transaction of the ASME Journal of Applied Mechanics**, 75, (4), July 2008., pp 041016-1 - 041016-4.
6. P. Kozić, R. Pavlović, G. Janevski: *Moment Lyapunov exponents of the stochastic parametrical Hill's equation*, **International Journal of Solids and Structures**, 45, 2008., pp 6056-6066.
7. R. Pavlović, P. Kozić, S. Mitić, I. Pavlović: *Stochastic stability of a rotating shaft*, **Archive of Applied Mechanics**, 79, 2009., pp 1163-1171.
8. P. Kozić, G. Janevski, R. Pavlović: *Moment Lyapunov exponents and stochastic stability for two coupled oscillators*, **Journal of Mechanics of Materials and Structures**, 4, 2009., pp 1689-1701.
9. W. Koepf , P.M. Rajković , S.D. Marinković: *Properties of q-holonomic functions*, **Journal of Difference Equations and Applications**, 13(7), 2007., pp 621–638.
10. S.D. Marinković, P.M. Rajković, M.S. Stanković: *The inequalities for some types of q-integrals*, **Computers and Mathematics with Applications**, 56, 2008., pp 2490–2498.